

Imię:

Nazwisko:

Klasa:



VIII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część testowa

(18 października 2012 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imię, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem **X** podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązane zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n + 1$ jest

a) dodatnia;

b) nieparzysta;

N

c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut.

Powodzenia!

1. Miary α , β , γ kątów pewnego trójkąta spełniają warunek $\alpha + \beta < \gamma$. Wynika z tego, że

a) trójkąt ten jest ostrokątny;

b) trójkąt ten jest rozwartokątny;

c) taki trójkąt nie istnieje.

2. Długość przekątnej pewnego kwadratu jest liczbą niewymierną. Wynika z tego, że

a) pole tego kwadratu jest liczbą wymierną;

b) długość boku tego kwadratu jest liczbą wymierną;

c) obwód tego kwadratu jest liczbą całkowitą.



Imię:

Nazwisko:

Klasa:

3. Istnieje liczba naturalna o sumie cyfr równej 2012, podzielna przez

- a) 4;
 b) 5;
 c) 6.

4. Nierówność $\sqrt{x^2 - 1} > x$

- a) nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych;
 b) ma co najmniej jedno rozwiązanie w zbiorze liczb rzeczywistych;
 c) ma nieskończenie wiele rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

5. Dane są takie liczby całkowite a i b , że liczby $a + b$ i $a - b$ są podzielne przez 12.

Wynika z tego, że obie liczby a i b są podzielne przez

- a) 2;
 b) 3;
 c) 4.

6. Trójkąt ABC jest podstawą takiego ostrosłupa $ABCS$, że kąty ASB , BSC , CSA są równe. Wynika z tego, że

- a) $AS = BS = CS$;
 b) $AB = BC = CA$;
 c) ostrosłup $ABCS$ jest prawidłowy.

7. Dodatnie liczby a i b są całkowite i ich największy wspólny dzielnik jest równy 1.

Ponadto liczba $a \cdot b$ jest kwadratem liczby całkowitej. Wynika z tego, że

- a) obie liczby a i b są kwadratami liczb całkowitych;
 b) największy wspólny dzielnik liczb a oraz $a + b$ jest równy 1;
 c) liczba $a + b$ jest kwadratem liczby całkowitej.

8. Istnieje taki ostrosłup prawidłowy siedmiokątny, którego krawędź boczna jest

- a) dłuższa od krawędzi podstawy;
 b) równa krawędzi podstawy;
 c) krótsza od krawędzi podstawy.

Imię:

Nazwisko:

Klasa:

9. Dodatnia liczba całkowita d jest dzielnikiem dodatniej liczby całkowitej a . Liczbę d zwiększono o 30% uzyskując w wyniku liczbę całkowitą będącą dzielnikiem liczby a . Wynika z tego, że liczba a jest podzielna przez

- a) 10;
 b) 13;
 c) 30.

10. Dany jest trójkąt ABC , w którym $BC = AC$. Dwusieczna kąta BAC przecina odcinek BC w punkcie D . Wynika z tego, że kąt ADC jest

- a) równy $3 \cdot \sphericalangle DAC$;
 b) większy od kąta ACB ;
 c) mniejszy od kąta BAC .

11. Liczba $\frac{2}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ jest

- a) niewymierna;
 b) całkowita;
 c) większa od $\frac{2}{3}$.

12. Sfera wpisana w czworościan $ABCD$ jest styczna do ścian ABC i ABD odpowiednio w punktach K i L . Wynika z tego, że

- a) $AK = AL$;
 b) $\sphericalangle AKB = \sphericalangle ALB$;
 c) oba punkty K i L są środkami okręgów wpisanych w trójkąty ABC i ABD .

13. Na odcinku długości 1 wybrano trzy różne punkty dzieląc ten odcinek na cztery części. Wynika z tego, że

- a) długość co najmniej jednej z tych części jest większa od $1/5$;
 b) suma długości pewnych dwóch z tych części jest nie mniejsza od $1/2$;
 c) z pewnych trzech części można zbudować trójkąt.

Imię:

Nazwisko:

Klasa:

14. Dane są takie liczby a, b , że $a > b$ oraz liczby $a(b+1)$ i $b(a+1)$ są wymierne. Wynika z tego, że

- a) liczba $a - b$ jest wymierna;
 b) liczba ab jest wymierna;
 c) obie liczby a i b są wymierne.

15. W czworokącie $ABCD$ kąty ABC i BCD są proste. Wynika z tego, że

- a) $AD \geq BC$;
 b) kąt CDA jest prosty;
 c) $AB^2 + BD^2 = AC^2 + CD^2$.

