

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--



XXII Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(24 września 2026 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem **X** podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązane zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n + 1$ jest

T

a) dodatnia;

T

b) nieparzysta;

N

X

c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut.

Powodzenia!

1. Do trzech pudełek rozdzielono 7 kul, nie pozostawiając żadnego pudełka pustego.

Wynika z tego, że

--

a) w pewnym pudełku znajduje się dokładnie jedna kula;

--

b) w pewnym pudełku znajduje się parzysta liczba kul;

--

c) w pewnych dwóch pudełkach znajduje się tyle samo kul.

2. Istnieją takie dwadzieścia dwie liczby całkowite, że iloczyn wszystkich tych liczb jest równy -1 , a ich suma jest równa

--

a) -20 ;

--

b) -21 ;

--

c) -22 .

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--

3. Istnieje liczba całkowita n o tej własności, że suma cyfr liczby n oraz suma cyfr liczby $n + 1$ są obie podzielne przez

--

a) 2;

--

b) 3;

--

c) 5.

4. Każde pole planszy 4×4 pomalowano na białe albo na czarno w taki sposób, że żadne dwa czarne pola nie sąsiadują bokiem oraz każde białe pole sąsiaduje bokiem z co najmniej jednym polem czarnym. Wynika z tego, że na tej planszy

--

a) jest co najmniej 8 białych pól;

--

b) jest co najmniej 6 czarnych pól;

--

c) co najmniej jedno narożne pole jest białe.

5. Istnieje trójkąt prostokątny, w którym dwa boki mają długości całkowite, a trzeci bok ma długość

--

a) $\sqrt{20}$;

--

b) $\sqrt{21}$;

--

c) $\sqrt{22}$.

6. Istnieją takie niezerowe liczby x i y , że liczba $(x + y)^2$ jest równa

--

a) $x^2 - y^2$;

--

b) x^2 ;

--

c) $x^2 + y^2$.

7. Kwadratową kartkę można rozciąć na n części, z których każda jest trójkątem prostokątnym równoramiennym o przyprostokątnej długości 2. Wynika z tego, że

--

a) pole powierzchni tej kartki jest równe $2n$;

--

b) liczba $2n$ jest kwadratem liczby całkowitej;

--

c) tę samą kartkę można rozciąć na $2n$ części, z których każda jest trójkątem prostokątnym o przeciwprostokątnej długości 2.

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--

8. Istnieje dwucyfrowa liczba naturalna o niezerowych cyfrach, która w wyniku zamiany miejscami swoich cyfr zwiększa się

--

a) o 20%;

--

b) o 25%;

--

c) o 75%.

9. Istnieje taki pięciokąt, w którym

--

a) długość pewnego boku jest równa sumie długości pozostałych czterech boków;

--

b) suma długości pewnych dwóch sąsiednich boków jest równa sumie długości pozostałych trzech boków;

--

c) miara pewnego kąta wewnętrznego jest równa sumie miar pozostałych czterech kątów wewnętrznych.

10. Liczby rzeczywiste a, b spełniają nierówności $a^2 > b^2$ i $a + b < 0$. Wynika z tego, że

--

a) $a > b$;

--

b) $ab > 0$;

--

c) $a^3 < b^3$.

11. W każde pole tablicy 3×3 wpisano liczbę całkowitą w taki sposób, że suma liczb w każdym wierszu jest parzysta. Wynika z tego, że:

--

a) istnieją co najmniej trzy różne pola, w które wpisano liczbę parzystą;

--

b) istnieje kolumna zawierająca trzy liczby o parzystej sumie;

--

c) istnieją dwa wiersze zawierające sześć liczb o sumie podzielnej przez 4.

12. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym $AB = AC = BD$. Wynika z tego, że

--

a) $\angle BAD > 60^\circ$;

--

b) $BC \leq CD$;

--

c) pole trójkąta ABD jest większe od pola trójkąta BCD .

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--

13. Dodatnie liczby całkowite a, b są takie, że $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$. Wynika z tego, że

--

a) liczby a oraz b są różne;

--

b) liczba $a + b$ jest parzysta;

--

c) liczba $a \cdot b$ jest niepodzielna przez 5.

14. Piotr zaznaczył na kartce cztery różne punkty, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Następnie każde dwa z tych punktów połączył odcinkiem. Okazało się, że pośród długości tych odcinków występują tylko dwie różne liczby. Wynika z tego, że

--

a) pewne dwa z narysowanych odcinków są prostopadłe;

--

b) pewne dwa z narysowanych odcinków mają punkt wspólny niebędący końcem żadnego z nich;

--

c) pewne trzy z zaznaczonych punktów są wierzchołkami trójkąta równobocznego.

15. Na powierzchni sześcianu o krawędzi 2 zaznaczono 20 punktów: wszystkie wierzchołki oraz środki wszystkich krawędzi. Pośród odcinków o obydwu końcach w zaznaczonych punktach są dokładnie 24 odcinki o długości

--

a) 1;

--

b) 2;

--

c) 3.