

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:



## X Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część testowa

(27 listopada 2014 r., godz. 9:00)

**Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.**

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem **X** podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązane zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej  $n$  liczba  $2n + 1$  jest

- T a) dodatnia;  
 T b) nieparzysta;  
N  X c) pierwsza.

**Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut.**

**Powodzenia!**

1. Istnieje ostrosłup, który ma dokładnie  $15^{14}$

- a) wierzchołków;  
 b) krawędzi;  
 c) ścian.

2. Mieszając w odpowiednich proporcjach roztwory soli kuchennej w wodzie, o stężeniach 10% i 30%, można otrzymać roztwór o stężeniu

- a) 20%;  
 b) 27%;  
 c) 40%.

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:

3. Nierówność  $(x-4)(x-9) > 0$  jest prawdziwa dla

- a)  $x = \sqrt{3}$ ;  
 b)  $x = \sqrt{7}$ ;  
 c)  $x = \sqrt{17}$ .

4. Cyfry 1, 2, 3, 4, 5, 6 można ustawić w takiej kolejności, aby otrzymać liczbę sześciocyfrową, która jest

- a) podzielna przez 5;  
 b) podzielna przez 9;  
 c) liczbą pierwszą.

5. Czworokąt wypukły  $ABCD$  jest opisany na okręgu i  $AB = BC$ . Wynika z tego, że

- a)  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$ ;  
 b)  $CD = DA$ ;  
 c) czworokąt  $ABCD$  jest rombem.

6. Iloczyn  $a \cdot b$  liczb całkowitych  $a, b$  jest podzielny przez 400. Wynika z tego, że co najmniej jedna z liczb  $a, b$  jest podzielna przez

- a) 5;  
 b) 8;  
 c) 10.

7. W trójkącie  $ABC$  punkt  $M$  jest środkiem boku  $AB$ , a punkt  $D$  jest spodkiem wysokości poprowadzonej z wierzchołka  $C$ . Wynika z tego, że

- a)  $2 \cdot DM < AB$ ;  
 b)  $CD \leq AC$  oraz  $CD \leq BC$ ;  
 c)  $CM < AC$  oraz  $CM < BC$ .

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:

8. Punkt  $P$  znajduje się wewnątrz prostokąta  $ABCD$  o polu 1, przy czym  $AB > BC$ .

Wynika z tego, że

- a) co najmniej jeden z trójkątów  $ABP$ ,  $BCP$ ,  $CDP$ ,  $DAP$  ma pole mniejsze od 0,26;
- b) suma pól trójkątów  $ABP$  i  $CDP$  jest większa od 0,5;
- c) suma pól trójkątów  $ABP$  i  $BCP$  jest większa od 0,5.

9. Na tablicy napisano siedem różnych liczb całkowitych. Wynika z tego, że

- a) suma pewnych trzech spośród nich jest podzielna przez 2;
- b) suma pewnych czterech spośród nich jest podzielna przez 2;
- c) suma pewnych trzech spośród nich jest podzielna przez 3.

10. Liczba  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$  jest

- a) całkowita;
- b) niewymierna;
- c) większa od 1,8.

11. W trójkącie równoramiennym  $ABC$  o podstawie  $AB$  punkt  $M$  jest środkiem ramienia  $BC$ . Wynika z tego, że

- a)  $2 \cdot AM < 3 \cdot BC$ ;
- b) pola trójkątów  $ABM$  i  $ACM$  są równe;
- c)  $\sphericalangle CAM = \frac{1}{2} \sphericalangle CAB$ .

12. Istnieje  $n$ -kąć wypukły ( $n \geq 4$ ), w którym liczba przekątnych

- a) jest potęgą liczby 4 o wykładniku całkowitym dodatnim;
- b) równa jest liczbie wierzchołków;
- c) jest mniejsza od połowy liczby wierzchołków.

Imiona:

Nazwisko:

Klasa:

**13.** Dodatnia liczba całkowita  $n$  ma tę własność, że liczba  $\sqrt{2+\sqrt{4+n}}$  jest naturalna.

Wynika z tego, że liczba  $n$  jest

- a) podzielna przez 2;  
 b) podzielna przez 3;  
 c) większa od  $\sqrt{2014}$ .

**14.** Liczba  $\frac{2+\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}} \cdot \frac{3+\sqrt{15}}{5+\sqrt{15}} \cdot \frac{5+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}}$  jest

- a) wymierna;  
 b) większa od 1;  
 c) równa  $\sqrt{30}$ .

**15.** Ostrosłup o podstawie będącej 10-kątem wypukłym rozcięto płaszczyzną otrzymując w przekroju pewien wielokąt. Wynika z tego, że

- a) wielokąt ten ma co najwyżej 10 wierzchołków;  
 b) co najmniej jeden z wielościanów, na które został rozcięty dany ostrosłup, ma więcej niż 7 wierzchołków;  
 c) co najmniej jeden z wielościanów, na które został rozcięty dany ostrosłup, jest ostrosłupem.