Imiona:

Nazwisko: Klasa:

XIII Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(28 września 2017 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.
W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

T a) dodatnia;

T b) nieparzysta;

N ~~T~~ c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

1. W każdym z trzech lat 2018, 2019 i 2020 pensja pana Antoniego będzie o 5% większa od jego pensji z roku poprzedniego. Wynika z tego, że pensja pana Antoniego w roku 2020 będzie większa od jego pensji z roku 2017 o

a) dokładnie 15%;

b) więcej niż 15%;

c) mniej niż 15%.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Nazwisko: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐ Klasa: ☐

---

2. Istnieje kwadrat, w którym przekątna jest dłuższa od boku o dokładnie

- ☐ a) 1;
- ☐ b) $\sqrt{2}$;
- ☐ c) $\sqrt{2}-1$.

3. Liczby rzeczywiste x, y są różne od 0 oraz spełniają warunek $2x=3y$. Wynika z tego, że

- ☐ a) $x \leqslant y$;
- ☐ b) $x \geqslant y$;
- ☐ c) $x \neq y$.

4. Co najmniej 5 krawędzi prostopadłościanu $\mathcal{P}$ ma długość 1. Wynika z tego, że

- ☐ a) co najmniej 8 krawędzi prostopadłościanu $\mathcal{P}$ ma długość 1;
- ☐ b) co najmniej jedna ściana prostopadłościanu $\mathcal{P}$ jest kwadratem;
- ☐ c) prostopadłościan $\mathcal{P}$ jest sześcianem.

5. Liczba dodatnich liczb nieparzystych, mniejszych od 2^{2018} jest równa

- ☐ a) 2^{1009};
- ☐ b) 2^{2017};
- ☐ c) $\left(-\sqrt{2}\right)^{4034}$.

6. Istnieje trójkąt, w którym różnica miar pewnych dwóch kątów wewnętrznych jest równa

- ☐ a) $90°$;
- ☐ b) $100°$;
- ☐ c) $200°$.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Nazwisko: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐ Klasa: ☐

7. Liczba naturalna a jest dwucyfrowa, a liczba naturalna b jest trzycyfrowa. Wynika z tego, że

☐ a) suma $a+b$ jest liczbą trzycyfrową;

☐ b) iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą czterocyfrową;

☐ c) suma $a+b$ ma mniej cyfr niż iloczyn $a \cdot b$.

8. Istnieje liczba pierwsza $p > 13$ o tej własności, że każda cyfra liczby p jest równa

☐ a) 0 lub 7;

☐ b) 1 lub 3;

☐ c) 2 lub 5.

9. Liczby a, b, c są długościami boków pewnego trójkąta. Wynika z tego, że istnieje trójkąt o bokach długości

☐ a) $a+1$, $b+1$, $c+1$;

☐ b) a^2, b^2, c^2;

☐ c) $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$.

10. Każda z dwóch wysokości pewnego trójkąta ma długość większą od 1. Wynika z tego, że

☐ a) trzecia wysokość tego trójkąta również ma długość większą od 1;

☐ b) każdy z boków tego trójkąta ma długość większą od 1;

☐ c) pole tego trójkąta jest większe od $\frac{1}{2}$.

11. Liczba x jest wymierna, a liczba y jest niewymierna. Wynika z tego, że

☐ a) liczba $x+y$ jest niewymierna;

☐ b) liczba $x \cdot y$ jest niewymierna;

☐ c) liczba $x+y+x \cdot y$ jest niewymierna.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

Imiona: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Nazwisko: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐ Klasa: ☐

12. Dodatnia liczba całkowita n jest podzielna przez każdą z następujących dziewięciu liczb: $1, 2, 3, \ldots, 9$. Wynika z tego, że liczba n jest

☐ a) podzielna przez 10;

☐ b) podzielna przez 27;

☐ c) większa lub równa $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 9$.

13. Sześciokąt foremny podzielono na sześć przystających wielokątów wypukłych. Wynika z tego, że każdy z tych wielokątów ma co najmniej

☐ a) jeden kąt wewnętrzny o mierze $60°$;

☐ b) jeden kąt wewnętrzny o mierze $120°$;

☐ c) dwa kąty wewnętrzne ostre.

14. Każdy punkt prostej pomalowano na czerwono albo na niebiesko w taki sposób, że każdy odcinek o długości 2 zawarty w tej prostej ma końce różnych kolorów. Wynika z tego, że na tej prostej istnieje odcinek o końcach różnych kolorów, którego długość jest równa

☐ a) 4;

☐ b) 5;

☐ c) 6.

15. Sześcian o krawędzi 1 można tak przeciąć płaszczyzną, aby uzyskać w przekroju prostokąt, którego pole jest

☐ a) większe od 1;

☐ b) równe 1;

☐ c) mniejsze od 1.

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Fundacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku